

Vergelijkende bouw- fysische berekeningen tussen 'zwart' en 'wit'

In het voorjaar werd er in *Roofs* een discussie gevoerd waarin werd ingegaan op de bouwfysische verschillen tussen een zwarte (zonnestraling absorberende) en een witte (zonnestraling reflecterende) dakbedekking. Om een en ander getalsmatig te onderbouwen, schreef E. Tammes, een van de auteurs van *Warmte- en vochttransport in bouwconstructies*, een kwantitatieve benadering van het bouwfysische aspect van deze discussie.

E. Tammes

Terecht werd in de voorgaande artikelen gesteld dat gedurende een zonnige zomerperiode de witte kleur weliswaar een geringere warmteafgifte naar de dakconstructie, en derhalve naar de onder het dak gelegen ruimte, oplevert – maar dat anderzijds in zonnige periode gedurende het stookseizoen de zwarte dakbedekking hoger scoort gezien het beter 'benutten' van de zonnestraling. Even terecht werd aangetekend dat bij dit alles ook de mate van thermische isolatie van de dakconstructie een eminente rol speelt.

Wil men de hier geschetste problematiek getalmatig onderbouwen, dan stuit men op de moeilijkheid dat zonnestraling een bij uitstek niet-stationair fenomeen is, waarvan een analytische kwantitatieve benadering nogal gecompliceerd is. In referentie [1] wordt aan dat onderwerp de nodige aandacht besteed. De navolgende beschouwing is daar dan ook op gebaseerd.

Grootte van de zonnestralingsdichtheid

De grootte van de directe zonnestralingsdichtheid (q_z) op het aardoppervlak – en dus ook op een dakoppervlak – is uiteraard afhankelijk van het seizoen en van het tijdstip van de dag. De hoogste stralingsdichtheid treedt per definitie op als de zon op haar hoogste punt aan de hemel staat (tijdstip aan te duiden als t_z).

Voor posities op 50 graden noorderbreedte gelden op het tijdstip $t = t_z$ ongeveer de volgende waarden:

Juni: $q_z = 900 \text{ W/m}^2$
Maart/sept: $q_z = 600 \text{ W/m}^2$
December: $q_z = 250 \text{ W/m}^2$



Het verloop van de stralingsdichtheid over een etmaal gedurende een zonnige periode kan met vrij redelijke benadering worden weergegeven door de volgende periodieke functie:

$$(1) \quad q_z = q_{\text{gem}} + q_{\text{amp}} \cdot \cos[(2\pi/24)(t - t_z)]$$

Waarin:

q_{gem} is de over het etmaal gemiddelde stralingsdichtheid (W/m^2);

q_{amp} is de amplitudo van de stralingsdichtheid (W/m^2);
 t is de tijd in klokuren;

t_z is het tijdstip van de hoogste zonnestand.

Het valt gemakkelijk in te zien dat de maximale stralingsdichtheid – zijnde $q_{\text{gem}} + q_{\text{amp}}$ – optreedt op het tijdstip $t = t_z$ omdat dan de cosinusterm de maximale waarde +1 bereikt.

Als geschikte getalwaarden voor q_{gem} en q_{amp} (in W/m^2) kunnen worden aangehouden:

Maand	q_{gem} (W/m^2)	q_{amp} (W/m^2)
Juni	300	600
Maart/september	0	600
December	-250	500

Uiteraard geeft relatie (1) alleen positieve waarden voor q op tijdstippen tussen zonsopkomst en zonsondergang. Voor tijdstippen tussen zonsondergang en zonsopkomst heeft de formule slechts een mathematische en geen fysische betekenis.

De hoeveelheid zonnestraling die daadwerkelijk door het dak wordt geabsorbeerd bedraagt $aq_z \text{ W/m}^2$ waarin

a de absorptiefactor van de dakbedekking voorstelt. Deze kan globaal worden gesteld op 0,2 voor een witte dakhuid en op 0,9 voor een donker gekleurde dakhuid.

De zon-luchttemperatuur

Naast de opvang van zonnestraling zal aan het dakoppervlak ook warmteuitwisseling plaatsvinden met de aangrenzende lucht. De grootte daarvan vindt men als het product van de warmteovergangscoefficient aan buitenoppervlakken (α_e) (zijnde $25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$) en het temperatuurverschil tussen buitenomgeving en dakoppervlak ($T_e - T_d$).

De totale warmtetoevoer naar de dakbedekking is dan gelijk aan de som van de invloeden van zonnestraling en buitenlucht: $q_{\text{tot}} = \alpha_e \cdot (T_e - T_d) + aq_z$. Het behoeft geen betoog dat in de loop van de dag de temperatuur van het dakoppervlak vanwege de zonnestraling hoger zal worden dan de buitentemperatuur. De eerste term in de bovenstaande betrekking voor q_{tot} zal dan een negatieve waarde verkrijgen.

De buitentemperatuur varieert uiteraard ook in de loop van het etmaal. Deze kan ook weer worden voorgesteld als een periodieke functie van dezelfde gedaante als relatie (1):

$$(2) T_e = T_{e \text{ gem}} + T_{e \text{ amp}} \cdot \cos[(2\pi/24)(t - t_z - 2)]$$

Betrekking (2) laat zien dat de maximale temperatuur van de buitenomgeving geacht wordt twee uren na de hoogste zonnestand op te treden zoals ook correspondeert met de praktijkervaringen.

Met betrekking tot de waarden van $T_{e \text{ gem}}$ en $T_{e \text{ amp}}$ lijken de volgende – overigens niet extreme – seizoenswaarden redelijke aannamen te zijn:

Maand	$T_{e \text{ gem}}$ (°C)	$T_{e \text{ amp}}$ (°C)
Juni	20	5
Maart/september	10	4
December	3	3

Het is mogelijk om de door het dakoppervlak geabsorbeerde hoeveelheid zonnestraling (aq_z) te ‘vertalen’ in een soort equivalente buitentemperatuur die hetzelfde effect heeft als de zonnestraling en het resultaat daarvan te superponeren op de door relatie (2) bepaalde waarde van de werkelijke buitentemperatuur. Het resultaat hiervan wordt de zon-luchttemperatuur (T_{z1}) genoemd, bepaald door: $T_{z1} = aq_z / \alpha_e + T_e$. De hoogte van de zon-luchttemperatuur wordt dus mede bepaald door de absorptiefactor (α) van de dakhuid.

Ook de zon-luchttemperatuur kan weer worden voorgesteld door een relatie van de inmiddels bekende gedaante:

$$(3) T_{z1} = T_{z1 \text{ gem}} + T_{z1 \text{ amp}} \cdot \cos [(2\pi/24) (t - t_z - \Delta t_{z1})]$$

Waarin Δt_{z1} de faseverschuiving ten opzichte van t_z voorstelt. Deze faseverschuiving zal dichterbij t_z liggen naarmate de absorptiefactor van de dakhuid hoger is omdat dan de invloed van de zonnestraling groter is.

Voor substitutie in relatie (3) zijn de hieronder vermelde waarden berekend:

Maand	Dakhuid	$T_{z1 \text{ gem}}$ (°C)	$T_{z1 \text{ amp}}$ (°C)	Δt_{z1} (uren)
Juni	Donker	30,8	26,1	0,4
Juni	Wit	22,4	9,5	1,0
Mrt/sept	Donker	10	25,8	0,3
Mrt/sept	Wit	10	8,6	0,9
December	Donker	- 6,4	21,3	0,3
December	Wit	0,9	6,9	0,8

Opvallend is dat de kleur van de dakhuid zich vooral doet gelden in de amplitudo van de zon-luchttemperatuur.

Het spreekt natuurlijk vanzelf dat relatie (3) alleen een fysische betekenis heeft in de periode tussen zonsopkomst en zonsondergang. Na zonsondergang heeft relatie (2) het alleen voor het zeggen! Als ‘zonneperioden’ zijn aangehouden:

Juni: van $t_z - 8$ uren tot $t_z + 8$ uren
 Maart/sept: van $t_z - 6$ uren tot $t_z + 6$ uren
 December: van $t_z - 4$ uren tot $t_z + 4$ uren

De temperatuur aan het onderoppervlak van de dakconstructie

Een deel van de warmte die vanaf de dakhuid de constructie binnendringt zal na zekere tijd het onderoppervlak van de constructie bereiken en vervolgens aan de onder het dak gelegen ruimte worden afgegeven. Het overige deel zal na enige tijd van ‘opslag’ in het inwendige van de constructie weer naar de buitenomgeving worden afgevoerd. Voor een rekenkundige benadering van de hoeveelheden warmte die hierbij in het geding zijn, is het noodzakelijk om afspraken te maken over de daarbij aan te houden randcondities. Voor wat betreft de buitenomstandigheden ligt de zaak vrij eenvoudig. Uitgangspunten zijn uiteraard de in de relaties (2) en (3) vastgelegde grootheden T_e en T_{z1} . Verder geldt als premisse dat het dakoppervlak geen schaduwwerking van andere objecten ontvangt. Voor de binnenomgeving zal een constante temperatuur (T_i) worden aangehouden. Deze aanname is uiteraard voor discussie vatbaar doch ieder – misschien iets meer realistisch – alternatief brengt een niet te overziene hoeveelheid rekenkundige complicaties met zich mee. Als constante binnentemperatuur zal worden aangehouden: voor juni $T_i = 23 \text{ °C}$, voor maart/september alsook december $T_i = 20 \text{ °C}$.

Het kernpunt van de discussie is primair de hoeveelheid (zonne)warmte die via de dakconstructie doordringt in de onder het dak gelegen ruimte. De daarbij in het geding zijnde warmtestroomdichtheid (q_i) wordt bepaald als het product van de warmteovergangscoefficient aan het binnenoppervlak ($\alpha_i = 7,6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$) en het verschil in temperatuur tussen het onderoppervlak van het dak (T_d) en de binnenomgeving (T_i). In formule uitgedrukt: $q_i = \alpha_i \cdot (T_d - T_i)$. Nu zal in de nachtelijke perioden (ook

in de maand juni!) de binnentemperatuur altijd hoger zijn dan die van het oppervlak van het dak zodat q_i dan een negatieve waarde krijgt. Ditzelfde geldt ook voor een geheel zonnig etmaal in de maand december. Om de constant veronderstelde binnentemperatuur te handhaven is dan de verwarmingsinstallatie nodig!

Hierboven is gesteld dat slechts een deel van de via de dakhuid binnendringende zonnearmte uiteindelijk het oppervlak van de constructie bereikt. De vraag is nu: hoe groot is dit deel en wat moet men verstaan onder 'uiteindelijk'? Het antwoord op deze beide vragen wordt bepaald door twee eigenschappen van de dakconstructie, namelijk de warmtedoorgangscoefficiënt (U) van de totale constructie en de warmtecapaciteit van de draagvloer. Berekeningen dienaangaande leveren twee grootheden op die bepalend zijn voor het verloop van T_o . Deze grootheden zijn de amplitudodemping (ϵ) t.o.v. de buitencondities $T_{e \text{ amp}}$ en $T_{z1 \text{ amp}}$ en de faseverschuiving (Δt_o) t.o.v. de tijdstippen ($t_z + 2$) resp. ($t_z + \Delta t_{z1}$). De berekening van deze beide grootheden is een uiterst gecompliceerde zaak waarop hier niet nader zal worden ingegaan. De hierin geïnteresseerde lezer wordt verwezen naar referentie [1].

Op grond van het bovenstaande kan nu het volgende paar betrekkingen voor de temperatuur aan de onderkant van het dak worden afgeleid:

$$(4a) \quad T_o = T_i + U \cdot (T_{e \text{ gem}} - T_i) / \alpha_i + \epsilon \cdot T_{e \text{ amp}} \cdot \cos[(2\pi/24)(t - t_z - 2 - \Delta t_o)]$$

$$(4b) \quad T_o = T_i + U \cdot (T_{z1 \text{ gem}} - T_i) / \alpha_i + \epsilon \cdot T_{z1 \text{ amp}} \cdot \cos[(2\pi/24)(t - t_z - \Delta t_{z1} - \Delta t_o)]$$

De door deze betrekkingen gerepresenteerde curven snijden elkaar bij twee verschillende waarden van t , aan te duiden als t_1 en t_2 . In het deel van het tijdsinterval waarbinnen de waarde $t = t_z + \Delta t_{z1} + \Delta t_o$ valt moet T_o via relatie (4b) worden bepaald, in het overige deel via relatie (4a).

Warmteuitwisseling tussen onderkant dak en binnenruimte

In het voorgaande is een formule gegeven voor de berekening van de warmtestroomdichtheid (q_i) tussen de onderkant van het dak en de binnenomgeving. Een positieve uitkomst duidt daarbij op een naar beneden gerichte warmtestroom; een negatieve uitkomst op een naar boven gerichte stroom. Gezien de eerder aangenomen randconditie van een constante binnentemperatuur doet het er energetisch gezien niet toe of voor de handhaving van die constante binnentemperatuur de verwarmings- dan wel de koelinstallatie moet worden ingeschakeld. Voor de berekening van q_i moet dus altijd de absolute waarde van het temperatuurverschil ($T_o - T_i$) worden aangehouden. De uiteindelijke formules voor de berekening van q_i kunnen gemakkelijk worden afgeleid door in het rechter lid van de relaties (4a) en (4b) de eerste term te schrappen en de beide overige termen te vermenigvuldigen met α_i .

Het totale energiegebruik per etmaal (Q in MJ) als gevolg van de warmteuitwisseling via de dakconstructie kan ten slotte worden berekend door integratie van de betrekkingen voor q_i over de tijdvakken $t_1 \rightarrow t_2$ respectievelijk $t_2 \rightarrow t_1$ en het resultaat daarvan te vermenigvuldigen met de oppervlakte (A) van het dak.

Rekenvoorbeelden

De in het voorgaande gepresenteerde rekenprocedure zal nu worden toegepast op de volgende voorbeelden van platte dakconstructies, ontleend aan referentie [1].

1. draagconstructie van 100 mm dik beton, aan de bovenzijde geïsoleerd met 50 mm dik PS-schuim;
2. draagvloer van 22 mm dikke houten delen, aan de bovenzijde geïsoleerd met 50 mm dik PS-schuim;
3. ongeïsoleerd houten dak met een plafond van gipsplaten.

Voor deze daken zijn de volgende karakteristieke waarden berekend:

Grootheid	Dak 1	Dak 2	Dak 3
Warmtedoorgangscoefficiënt (U in $W/(m^2 \cdot K)$)	0,61	0,58	1,92
Amplitudodemping (ϵ)	0,03	0,07	0,24
Faseverschuiving (Δt_o in uren)	5,0	1,4	0,8

Door substitutie van deze cijfers in de relaties (4a) en (4b), tezamen met de eerder gegeven waarden van respectievelijk, $T_{e \text{ gem}}$, $T_{e \text{ amp}}$, $T_{z1 \text{ gem}}$, $T_{z1 \text{ amp}}$ en Δt_{z1} , kunnen vervolgens voor de verschillende daken en voor de beide typen dakhuid de grootheden T_o en q_i en ten slotte het energiegebruik per etmaal (Q) worden becijferd. De voor Q gevonden waarden in MJ zijn in onderstaande tabel voor een dak met een oppervlakte van 100 m^2 weergegeven. Tevens is daarbij de verhouding Q wit / Q donker vermeld.

Maand	Dakhuid	Dak 1	Dak 2	Dak 3
Juni	Donker	48,6	71,6	240,5
Juni	Wit	13,8	26,2	87,9
Juni	Wit/donker	0,28	0,37	0,37
Mrt/sept	Donker	38,1	49,5	166,3
Mrt/sept	Wit	48,9	42,1	184,8
Mrt/sept	Wit/donker	1,28	0,85	1,11
December	Donker	88,0	73,8	239,6
December	Wit	88,0	80,3	313,2
December	Wit/donker	1,00	1,09	1,31

Slotcommentaar

Van de in het voorgaande gepresenteerde voorbeelden heeft alleen dakconstructie nr. 1 praktische betekenis.

Platte daken met een – al dan niet geïsoleerde – draagvloer van houten delen worden in de nieuwbouw niet of nauwelijks meer gemaakt. De beide hier ten tonele gevoerde voorbeelden hadden slechts tot functie om de invloed van de isolatielaag en – in het bijzonder – die van de van de ‘warmteopslagcapaciteit’ van de draagvloer op het thermisch gebeuren aan het onderoppervlak te illustreren. Die invloed komt in de berekende Q -waarden duidelijk naar voren. Verder moet worden benadrukt dat de gehele rekenprocedure voor het gebeuren aan de onderkant van het dak alleen van toepassing kan zijn voor een relatief groot aantal achtereenvolgende dagen met voortdurende zonneshijn. Voor perioden met wisselende bewolking blijft voor de zonne-uren relatie (3) weliswaar gelden doch de betrekkingen (4a) en (4b) krijgen dan geen kans om ‘zich in te stellen’.



De berekende Q -waarden vertonen voor de zomeromstandigheden (juni) een duidelijk gunstiger resultaat voor de witte dakhuid. In hoeverre dit significant is in het beeld van het totale energiegebruik van het gebouw kan hier niet worden beoordeeld. Voor de winterperio-

de (december) is van een voordeel van zwart boven wit eigenlijk geen sprake. Voorjaar en herfst (maart/september) geven een wat verdeeld beeld te zien, met name voor wat betreft dak 1 en dak 2. Het verschil moet zijn gelegen in het effect van de functie als warmtebuffer van de draagvloer aangezien de warmtedoorgangscoefficienten (U) van de beide daken maar heel weinig van elkaar verschillen.

Zou men het resultaat van de vergelijkende bouwfysische berekeningen van zwart versus wit in gebruikelijke termen van de sportverslaggeving willen weergeven dan zou het oordeel kunnen luiden: ‘een nipte overwinning voor wit’.

Voor een antwoord op de vraag welk type dakhuid de voorkeur verdient moeten natuurlijk ook andere dan zuiver bouwfysische aspecten in beschouwing worden genomen. ■

Referentie [1]

Tammes, E. en B.H. Vos: *Warmte- en vochttransport in bouwconstructies: par. 4.2.2: Zonnestraling op daken en wanden. 2e dr. Kluwer Technische Boeken B.V., 1984.*